



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №67

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

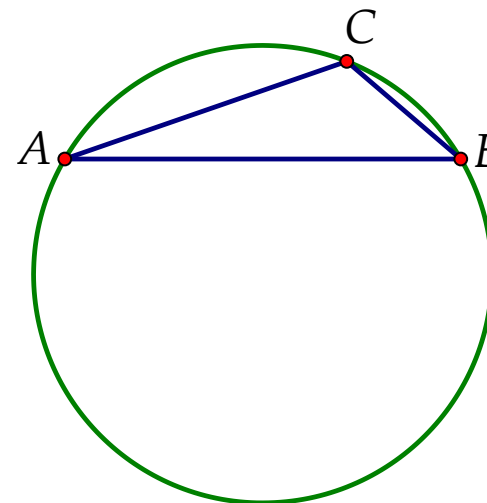
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

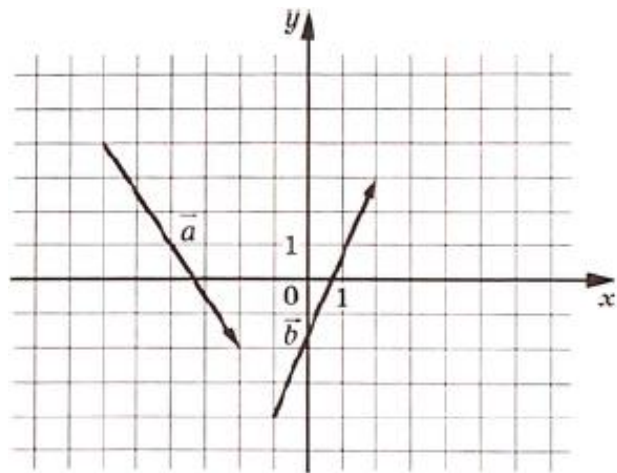
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC сторона AB равна $8\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



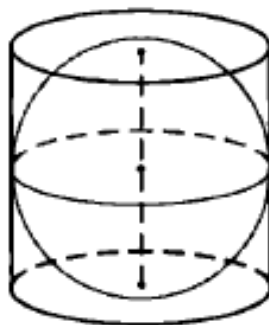
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $2\vec{a}$ и \vec{b} .



Ответ: _____.

3. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 117. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Байкал» по очереди играет с командами «Амур», «Енисей» и «Иртыш». Найдите вероятность того, что команда «Байкал» будет первой владеть мячом только в игре с «Амуром».

Ответ: _____.

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что два очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 4».

Ответ: _____.

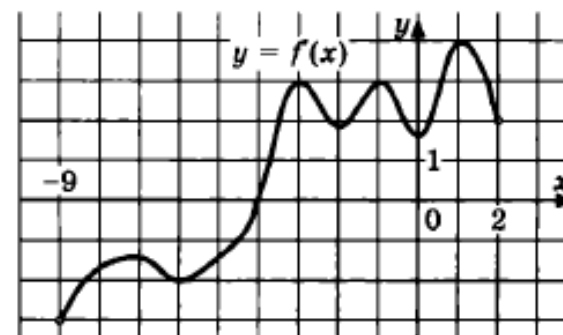
6. Решите уравнение $\log_{0,5}(7 - x) = -3$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{24\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 2)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

9. Трактор тащит сани с силой $F = 30 \text{ кН}$, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 4 \text{ м/с}$ вычисляется по формуле: $N = Fv \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 60 кВт?

Ответ: _____.

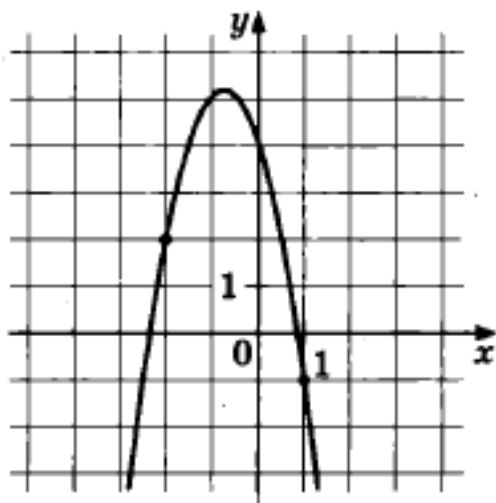
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 10 минут, а первый и третий — за 15 минут. За сколько минут эти три насоса заполняют бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 - 3x + c$. Найдите $f(5)$?



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 5\sin x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

13. а) Решите уравнение $2\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sqrt{2}\cos x = \sin 2x - \sqrt{2}$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

14. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре AA_1 отмечена точка M , причем $AM : MA_1 = 1 : 1$, на ребре BB_1 отмечена точка N , причем $BN : NB_1 = 1 : 2$, на ребре CC_1 отмечена точка K , причем $CK : KC_1 = 1 : 3$.

а) Докажите, что плоскость MNK делит ребро DD_1 в отношении $5 : 7$, считая от точки D .

б) Найдите величину угла между плоскостями MNK и ABC .

15. Решите неравенство: $\frac{1}{\log_{x^2+x} 0,5} + \frac{1}{\log_{x^2+x} 0,25} + \frac{1}{\log_{x^2+x} 4} \geq 1$

16. В июне 2024 года предприятие планирует взять кредит в банке на сумму S млн рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 22% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по май каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июне каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2024	2025	2026	2027	2028
Долг (млн.руб)	S	$0,9S$	$0,7S$	$0,2S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором сумма наибольшей и наименьшей выплат будет меньше 8 млн рублей.

17. Треугольник ABC прямоугольный с прямым углом C . Проведена высота CH . На сторонах AC и BC соответственно отмечены точки M и N так, что угол MHN прямой.

а) Докажите, что треугольники MNH и ABC подобны.

б) Найдите BN , если $AM = 9$, $MC = 3$, $BC = 8$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2x^3 - (a + 20)x^2 + 2a(5 + a)x - a^3}{\sqrt{10 - x + a}} = 0$$

имеет ровно одно решение.

19. Из натурального числа вычли сумму его цифр и получили натуральное число A .

а) Может ли A равняться 99?

б) Может ли A равняться 1980?

в) Найдите все натуральные числа, кратные 3, для которых $A = 22158$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

