

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 6

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

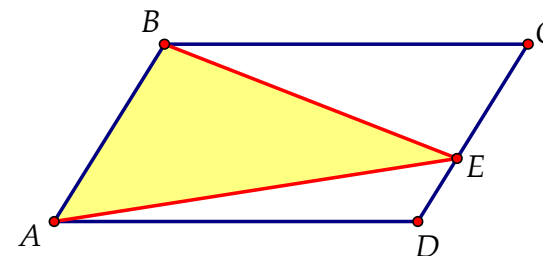
1. Решите уравнение $4 \operatorname{ctg} \frac{5\pi x}{12} = -\sqrt{48}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ: _____.

2. Фабрика «Мех для всех» производит норковые шубы. Вероятность того, что шуба окажется бракованной равна 0,1. Найдите вероятность того, что из трех таких случайно выбранных шуб ровно две окажутся бракованными.

Ответ: _____.

3. На стороне CD параллелограмма ABCD выбрана точка E. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника ABE равна 45.



Ответ: _____.

4. Найдите $\operatorname{ctg} x$, если $\sin x = -\frac{4}{5}$ и $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

5. Радиус основания конуса в 10 раз меньше его образующей. Во сколько раз площадь полной поверхности конуса больше площади его боковой поверхности?

Ответ: _____.

6. Прямая $y = ax - 1$ при некотором отрицательном значении a является касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 4x + 24$. Найдите a .

Ответ: _____.

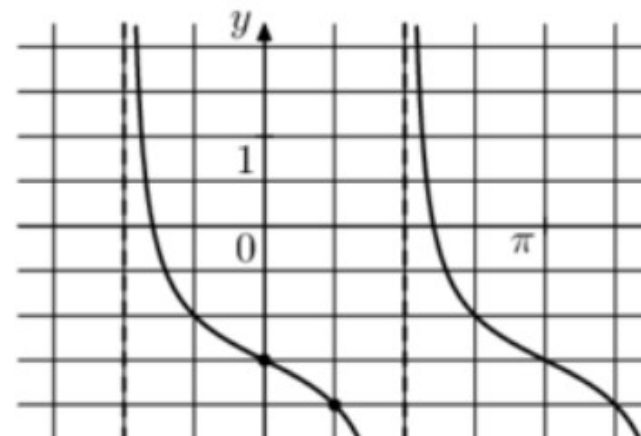
7. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 650$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1950 нм?

Ответ: _____.

8. Семь рубашек дороже куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

10. В кафе «Голодный шашлычник» работают два официанта – Арсен и Ашот. Вероятность того, что кто-то из них может быть занят обслуживанием посетителей, составляет 0,35. Вероятность того, что оба свободны одновременно, составляет 0,4. Найдите вероятность того, что Арсен и Ашот заняты одновременно.

Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = (4 - x)^3 \cdot e^{-3x}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $27^{tg^2 x} + 81 \cdot 27^{-tg^2 x} = 30$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 12, а боковое ребро равно $4\sqrt{2}$. На ребрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки F , N и K соответственно, причем $AF = B_1N = C_1K = 4$.

а) Пусть L – точка пересечения плоскости FNK с ребром AC . Докажите, что $FNKL$ – ромб.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью FNK .

14. Решите неравенство: $\frac{\log_{x-2}^2(6-x)}{x^2 - 10x + 24} \geq 0$

15. В августе 2022 года Дмитрий Владимирович планирует взять кредит на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый февраль долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с марта по июль каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом;

Известно, что если Дмитрий Владимирович каждый раз будет выплачивать по 200000 рублей, то он рассчитается по кредиту за 4 года, а если по 328000 рублей, то за 2 года. Найдите r .

16. Точки P и Q расположены на стороне BC треугольника ABC таким образом, что $BP : PQ : QC = 1 : 2 : 3$. Точка R делит сторону AC этого треугольника таким образом, что $AR : RC = 1 : 2$. Точки S и T – точки пересечения прямой BR с прямыми AQ и AP соответственно.

а) Докажите, что $\frac{AT}{AP} \cdot \frac{AS}{AQ} = \frac{3}{8}$.

б) Найдите отношение площади четырехугольника $PQST$ к площади треугольника ABC .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|x-6| + a - 6}{x^2 - 10x + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18. На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

а) Может ли на доске быть ровно 27 четных чисел?

б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.