



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №70

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

#### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

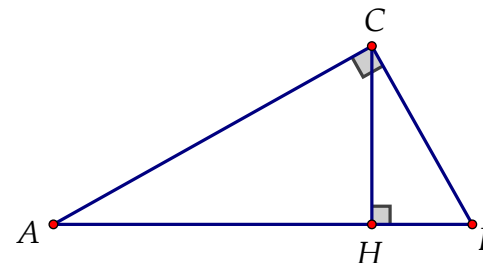
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AB = 4\sqrt{15}$ ,  $\sin A = 0,25$ . Найдите высоту CH.

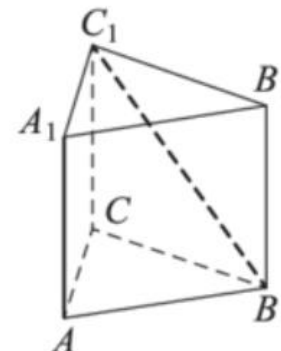


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}(1;1)$  и  $\vec{b}(0;7)$ . Найдите длину вектора  $8\vec{a} + \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все ребра равны 3. Найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В классе 16 мальчиков и 9 девочек. Для подготовки классной комнаты к занятиям случайным образом выбирают двух дежурных. Найдите вероятность того, что дежурить будут две девочки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. На заводе делают электрические лампочки. 5% всех изготовленных лампочек неисправны. Система контроля качества выявляет все неисправные лампочки, но по ошибке бракует еще 1% исправных лампочек. Все забракованные лампочки отправляются в переработку, а остальные – в продажу. Найдите вероятность того, что лампочка, отправленная на переработку, оказалась исправной. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

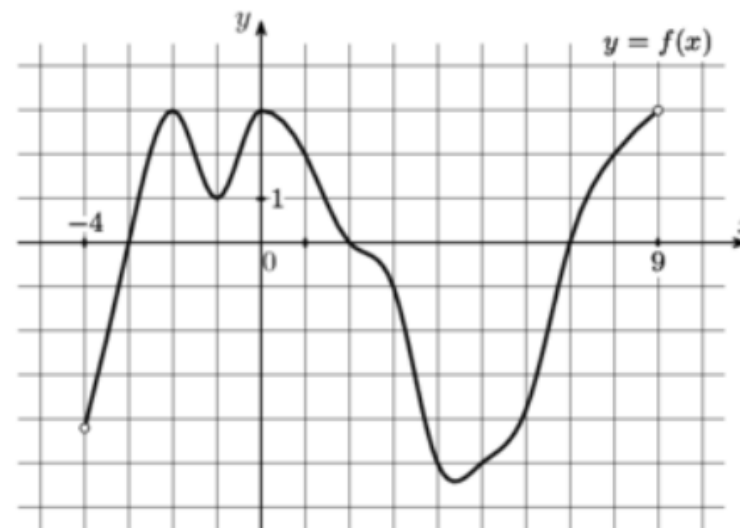
6. Найдите корень уравнения  $\log_{27} 3^{4x-4} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $47\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 9)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  положительна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

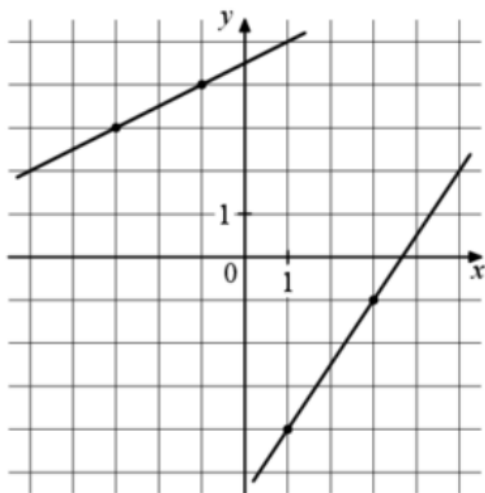
9. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  – время (в мин.),  $T_0 = 1600$  К,  $a = -5$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 105$  К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 12x^2 + 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13. а) Решите уравнение  $2\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \cdot \sin x = \cos x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

14. В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник со сторонами  $AB = 12$ ,  $BC = 9$ . Боковые ребра  $SA = \sqrt{31}$ ,  $SB = 5\sqrt{7}$ ,  $SD = 4\sqrt{7}$ .

а) Докажите, что  $SA$  – высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми  $SC$  и  $BD$ .

15. Решите неравенство:  $\frac{-28 + 28 \cdot 3^x}{9^x - 3^{x+1} + 2} \leq 9^x - 7 \cdot 3^x - 14$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 2,5 млн рублей. Известно, что банк каждый год увеличивает сумму долга на  $r$  процентов, после чего происходит платеж. Кредит был полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ , если первый платеж составил 1,5 млн рублей, а второй – 1,8 млн рублей.

17. Две окружности касаются внешним образом в точке  $Q$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй – в точке  $B$ . Прямая  $AQ$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что отрезок  $BC$  – диаметр второй окружности.

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если радиус первой окружности равен 36, а радиус второй окружности равен 49.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 7x^2 - 2(a-5)x + 2a + 6} = x^2 - 4$$

имеет хотя бы один корень.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

а) Может ли на доске быть 5 чисел?

б) Может ли на доске быть 6 чисел?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*