



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №71

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

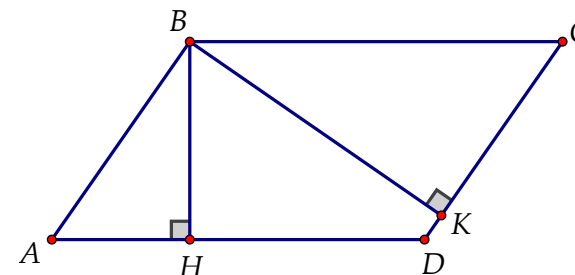
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В параллелограмме ABCD известно, что $AB = 5$, $AD = 8$, $\sin A = \frac{7}{8}$.

Найдите большую высоту параллелограмма.

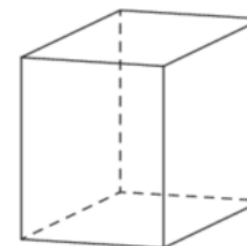


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(0;4)$, $\vec{b}(-3;-2)$ и $\vec{c}(-12;5)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$.

Ответ: _____.

3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона основания равна 15, а площадь поверхности равна 930.



Ответ: _____.

4. Вероятность того, что новый графический планшет прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,88. Найдите вероятность того, что графический планшет прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в каждом одном автомате закончится кофе, равна 0,3 независимо от состояния другого автомата. Найдите вероятность того, что кофе останется хотя бы в одном из автоматов.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(2x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

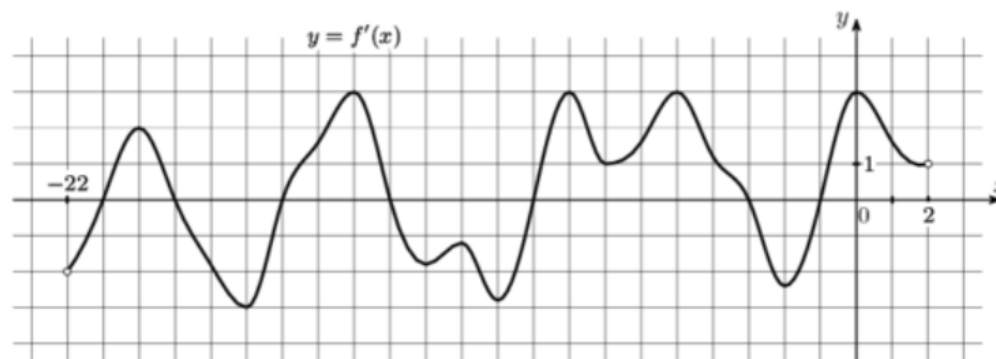
Ответ: _____.

7. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{19}}{10}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-22; 2)$. Найдите

количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; 0]$.



Ответ: _____.

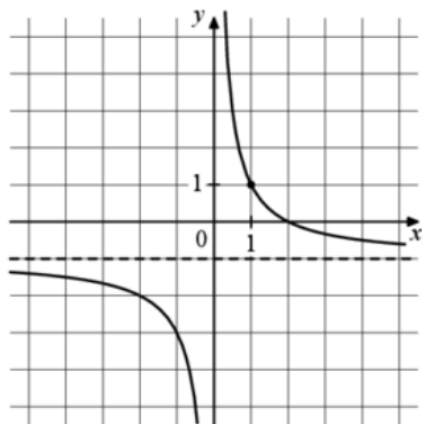
9. После дождя уровень воды в колоде может повыситься. Мальчик измеряет время падения t небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

10. На изготовление 616 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 700 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 19.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 72)e^{x-71}$ на отрезке $[70; 72]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_2^2(0,5\text{tg}x) + 5\log_2\left(0,5\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) + 6 = 0$
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Трапеция KLMN является основанием пирамиды PKLMN, $\angle KLM + \angle LMN = 270^\circ$, Q – точка пересечения прямых KL и MN. Плоскости KPL и PMN перпендикулярны плоскости основания.
а) Докажите, что плоскости KPL и PMN взаимно перпендикулярны.
б) Найдите площадь полной поверхности пирамиды PLQM, если $KL = LM = MN = 12$, а высота пирамиды равна 8.

15. Решите неравенство: $7^{2x} - 7^{x+1} + 3 \cdot |7^x - 5| \geq 6$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
– 15-го числа 30-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
– к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17. В треугольник ABC со сторонами $AB = 14$, $BC = 16$ и $AC = 18$ вписан квадрат KLMN так, что две его вершины K и N лежат на стороне AC, а две другие – L и M – лежат соответственно на сторонах AB и BC этого треугольника.
а) Докажите, что угол B острый и больше 45° .
б) Найдите сторону квадрата.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x-7} = -ax + 5a + 1,75$$

имеет единственный корень.

19. Три числа назовем хорошей тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника. Три числа назовем отличной тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

а) Даны 8 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдется ни одной хорошей тройки?

б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?

в) Даны 12 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

