

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 7

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

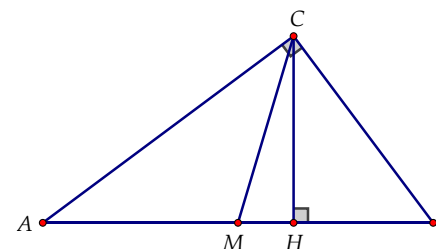
1. Решите уравнение $\log_{484} 22^{5x+3} = 2$.

Ответ: _____.

2. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 23 пассажиров, равна 0,87. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,61. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 22 включительно.

Ответ: _____.

3. Острые углы прямоугольного треугольника равны 53° и 37° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{128} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - \sqrt{32}$.

Ответ: _____.

5. В цилиндрический сосуд налили 1400 см^3 воды. Уровень воды оказался равным 10 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень воды в сосуде поднялся на 4 см. Найдите объем детали. Ответ дайте в см^3 .

Ответ: _____.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 96 м/с?

Ответ: _____.

7. В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 60 \text{ Ом}$. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

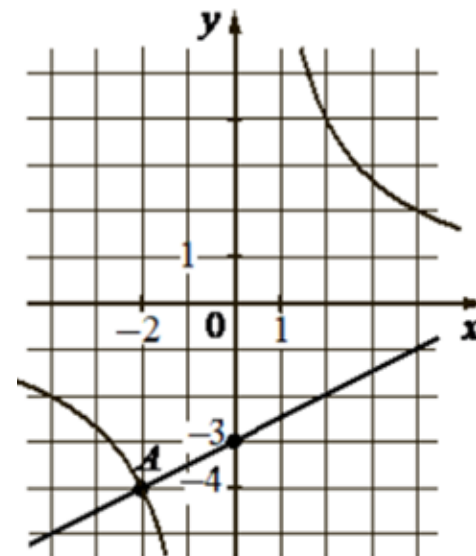
Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

8. Моторная лодка в 11:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 21:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

10. Игральный кубик бросают два раза. Известно, что в первый раз выпало больше очков, чем во второй. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало нечетное число очков.

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 10)^2 \cdot x + 2$ на отрезке $[-9; -5]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$1 + \log_2 \left(\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \right) = \log_2 (\sin x + 1) + \log_{\cos x} 1$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 4\pi \right]$

13. Основанием пирамиды SABС является равносторонний треугольник ABC, длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2. Точки К и М – середины ребер BC и AB соответственно.

а) Докажите, что тангенс угла между прямыми SK и CM равен 1.

б) Найдите расстояние между прямыми SK и CM.

14. Решите неравенство: $\left(3^{x^4 - 2(x+1)^2} - 3^{x^2(x+1)} \right) (\log_4 (4x+6)^2 - 2) \leq 0$

15. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму S тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года кредит должен быть погашен полностью.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита (в тыс.руб.), если известно, что четвертая выплата составит 119,6 тыс. рублей, а шестая – 91 тыс. рублей.

16. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты точки D, E и F соответственно. Отрезки AE и DF проходят через центр вписанной в треугольник ABC окружности, а прямые DF и BC параллельны.

а) Докажите, что $AB \cdot CE = AC \cdot BE$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если известно, что $BC = 15$, $BD = 6$, $CF = 4$.

17. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + |x+1| - 2y = 0, \\ x^2 + y^2 - 2ay + 2a = 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

18. Издательство на выставку привезло несколько книг для продажи (каждую книгу привезли в единственном экземпляре). Цена каждой книги – натуральное число рублей. Если цена книги меньше 100 рублей, на неё приклеивают бирку «выгодно». Однако до открытия выставки цену каждой книги увеличили на 10 рублей, из-за чего количество книг с бирками «выгодно» уменьшилось.

а) Могла ли уменьшиться средняя цена книг с биркой «выгодно» после открытия выставки по сравнению со средней ценой книг с биркой «выгодно» до открытия выставки?

б) Могла ли уменьшиться средняя цена книг без бирки «выгодно» после открытия выставки по сравнению со средней ценой книг без бирки «выгодно» до открытия выставки?

в) Известно, что первоначально средняя цена всех книг составляла 110 рублей, средняя цена книг с биркой «выгодно» составляла 81 рубль, а средняя цена книг без бирки — 226 рублей. После увеличения цены средняя цена книг с биркой «выгодно» составила 90 рублей, а средняя цена книг без бирки — 210 рублей. При каком наименьшем количестве книг такое возможно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

